

06 Aufgabenblatt Normalverteilung

1.

Eine Maschine produziert pro Tag 600 Glühlampen. Davon sind durchschnittlich 8% Ausschuss. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Maschine an einem bestimmten Tag

- a) höchstens 60,
- b) höchstens 40,
- c) zwischen 36 und 60 unbrauchbare Glühlampen produziert?

a) $u = 1.881 \quad 0.9700$

b) $u = -1.1286 \quad 0.1295$

c) $u = 1.881 \quad 0.9400$

2.

Die Geburtsgrösse von Neugeborenen ist angenähert normalverteilt mit dem Mittelwert $\mu = 51.7$ cm und der Standardabweichung $\sigma = 1.8$ cm. Wieviel Prozent der Neugeborenen haben eine Grösse

- a) von höchstens 54.0 cm,
- b) von höchstens 48.0 cm,
- c) von mindestens 55.0 cm,
- d) zwischen $\mu - \sigma$ und $\mu + \sigma$ (konkret: zwischen 49.9 und 53.5 cm),
- e) zwischen $\mu - 2\sigma$ und $\mu + 2\sigma$ (konkret: zwischen 48.1 und 55.3 cm),
- f) zwischen $\mu - 3\sigma$ und $\mu + 3\sigma$ (konkret: zwischen 46.3 und 57.1 cm).

a) $u = 1.278 \quad 89.93\%$

b) $u = -2.056 \quad 1.99\%$

c) $u = 1.833 \quad 3.34\%$

d) $u = 1 \quad 68.27\% \quad \text{ca. } 2/3$

e) $u = 2 \quad 95.45\% \quad \text{ca. } 95\%$

f) $u = 3 \quad 99.73\% \quad \text{mehr als } 99\%$

3

Von 5000 Studenten einer Fachhochschule wurde das Gewicht bestimmt. Dabei zeigte es sich, dass das Gewicht als normalverteilte Zufallsvariable X mit dem Mittelwert $\mu = 75$ kg und der Standard-

abweichung $\sigma = 5$ kg aufgefasst werden kann. Wie viele der untersuchten Studenten wird man in den folgenden Fällen erwarten:

- a) mit einem Gewicht zwischen 69 kg und 80 kg?
- b) mit einem Gewicht über 80 kg?
- c) mit einem Gewicht unter 65 kg?

a) $0.7262 \cdot 5000 \approx 3631$

b) $0.1587 \cdot 5000 \approx 794$

c) $0.0228 \cdot 5000 \approx 114$

4.

Die Abfüllmenge in Mineralwasserflaschen sei eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert $\mu = 750 \text{ cm}^3$ und der Standardabweichung $\sigma = 20 \text{ cm}^3$

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das abgefüllte Volumen weniger als 730 cm^3 beträgt?

5.

Eine Erhebung vom Jahr 2001 über Löhne im mittleren und oberen Management in der Schweiz ergab annähernd eine Normalverteilung mit $\mu = 180'000.-$ und $\sigma = 100'000.-$ (Die Möglichkeit falscher bzw. verzerrter Antworten konnte bei der Erhebung nicht ausgeschlossen werden.) Mit welcher Wahrscheinlichkeit verdient ein zufällig ausgewählter Manager

- a) weniger als CHF 160'000.-
- b) mehr als CHF 190'000.-
- c) mehr als CHF 500'000.-

a) 0.39

b) 0.46

c) 0.0007

6.

Die Menge eines Impfstoffes die nötig ist, um eine Person gegen Pocken zu immunisieren, ist normalverteilt mit Mittelwert 2.5g und Standardabweichung 0.4g. Vergrössert man die Menge des Impfstoffes, so verbessert man die Chance einer erfolgreichen Impfung (aber auch die Wahrscheinlichkeit von Nebenwirkungen). Welche minimale Impfstoffmenge ist nötig, um Erfolg in 99% der Fälle zu haben?

3.43 g

7.

Die Lebensdauer X eines bestimmten Autoreifentyps ist normalverteilt mit Mittelwert $\mu = 500$ Betriebsstunden und Standardabweichung $\sigma = 25$ Betriebsstunden.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer eines zufällig ausgewählten Reifens grösser als 550 Betriebsstunden ist?
- b) Für welche Grenze c gilt: $P(c \leq X \leq 520) = 0.5$

a) 0.0228

b) 487

8.

Die Temperatur X eines Kühlschranks sei eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 3^\circ\text{C}$ und $\sigma = 10^\circ\text{C}$. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Temperatur im Kühlschrank

- a) den als kritisch angenommenen Wert $+9^\circ\text{C}$ übersteigt?
- b) unter dem Gefrierpunkt von 0°C liegt?
- c) zwischen $+1^\circ\text{C}$ und $+7^\circ\text{C}$ liegt?
- d) Welche Temperatureinstellung c (in $^\circ\text{C}$) wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% nicht überschritten?

Lösung Aufgabe 8.

a) $1 - \Phi(0.6) = 0.274$

b) $\Phi(-0.3) = 0.382$

c) $\Phi(0.4) - \Phi(-0.2) = 0.234$

d) $\Phi\left(\frac{c-3}{10}\right) = 2.33 \quad c=2.33 \cdot 10 + 3 = 26.3$

Aufgaben zur Approximation der binomischen Verteilung durch die Normalverteilung

1.

Ein symmetrischer Würfel wird 180-mal geworfen. X sei die Anzahl der geworfenen 6-er. Wie gross sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten

a) $P(28 < X \leq 32)$

b) $P(31 \leq X < 36)$

c) $P(X = 30)$

a) 0.31, b) 0.32 c) 0.08

2.

Ein Werk produziert Motoren, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% defekt sind. Es beliefert einen Kunden mit 100 Motoren. Der Kunde benötigt mindestens 85 funktionstüchtige Motoren.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird diese Forderung erfüllt?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält der Kunde genau 87 funktionstüchtige Motoren?

a) 0.96 b) 0.074

3.

Die 1'600 Angestellten eines Grossbetriebes können ihr Mittagessen entweder in der Betriebskantine oder in einem benachbarten Restaurant einnehmen. Sie entscheiden sich rein zufällig und unabhängig voneinander für das Essen in der Kantine oder im Restaurant.

Begründen Sie, dass unter diesen Voraussetzungen die tägliche Nachfrage nach Mahlzeiten in der Kantine approximativ normalverteilt ist.

a) Berechnen Sie Mittelwert und Standardabweichung dieser Normalverteilung.

b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 825 Angestellte in der Kantine essen?

c) Wie viele Mahlzeiten müssen bereitgestellt werden, um an durchschnittlich 99 von 100 Tagen der Nachfrage zu genügen?

a) 800, 20

b) 0.10. Wegen $npq = 400 \gg 9$ kann die Binomialverteilung durch die Normalverteilung approximiert werden

c) 846