

Tabellen der Binomialverteilung in Formeln und Tafeln

Für gewisse Erfolgswahrscheinlichkeiten p und einige Werte von n ist die Binomialverteilung in Formelsammlung tabelliert.

In der Tabelle auf der nächsten Seite sind die Resultate der folgenden Beispiele markiert:

In einer Urne sind 30 Kugeln, davon 6 rote. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit in 20 Ziehungen mit Zurücklegen

a) genau 3 rote b) (Tabelle summiert) höchstens 3 rote Kugeln zu ziehen.

$$a) P_{20}(3) = \binom{20}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{17} \approx 0.205$$

$$b) \sum_{k=0}^3 P_{20}(k) = \sum_{k=0}^3 \binom{20}{k} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^k \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{20-k} \approx 0.411$$

$P_n(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad n = 10, 15, 20$													
x	p	0.001	0.01	0.05	0.1	1/6	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	p	n-x
n=10													
0	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	10
1	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	9
2	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	8
3	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	7
4	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	6
5	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	5
6	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	4
7	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	3
8	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	2
9	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	1
10	0.999	0.904	0.599	0.349	0.162	0.076	0.036	0.018	0.008	0.004	0.001	0.999	0
n=15													
0	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	15
1	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	14
2	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	13
3	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	12
4	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	11
5	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	10
6	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	9
7	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	8
8	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	7
9	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	6
10	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	5
11	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	4
12	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	3
13	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	2
14	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	1
15	0.985	0.860	0.463	0.206	0.065	0.035	0.013	0.005	0.000	0.000	0.000	0.985	0
n=20													
0	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	20
1	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	19
2	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	18
3	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	17
4	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	16
5	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	15
6	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	14
7	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	13
8	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	12
9	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	11
10	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	10
11	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	9
12	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	8
13	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	7
14	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	6
15	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	5
16	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	4
17	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	3
18	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	2
19	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	1
20	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	0
n=25													
0	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	25
1	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	24
2	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	23
3	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	22
4	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	21
5	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	20
6	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	19
7	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	18
8	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	17
9	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	16
10	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	15
11	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	14
12	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	13
13	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	12
14	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	11
15	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	10
16	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	9
17	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	8
18	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	7
19	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	6
20	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	5
21	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	4
22	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	3
23	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	2
24	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	1
25	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	0
n=30													
0	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	30
1	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	29
2	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	28
3	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	27
4	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	26
5	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	25
6	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	24
7	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	23
8	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	22
9	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	21
10	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	20
11	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	19
12	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.980	18
13	0.980	0.818	0.358	0.122	0.026	0.012	0.003	0.001					

Es folgen einige weitere Beispiele.

Tip:

Zur Vermeidung von Ablesefehlern empfiehlt es sich, die Wahrscheinlichkeit, die kleiner oder gleich 0.5 ist, mit p zu bezeichnen.

:

Wahrscheinlichkeit mit einem Laplacewürfel in 20 Würfeln genau 3 Sechser zu erzielen:

$$p = 1/6 \quad n = 20 \quad x = 3 \quad \binom{20}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{17} \approx 23.8\%$$

$$p = 0.3 \quad n = 15 \quad x = 5 \quad 20.6\%$$

$p = 1/6$	$n = 20$		Tabelle summiert
	x	$P_{20}(x)$	Σ
	0	0.026	0.026
	1	0.104	0.130 (höchstens ein Sechser)
	2	0.199	0.329 (höchstens zwei Sechser)

weitere Beispiele zur Summentabelle

Wahrscheinlichkeit mit einem Laplacewürfel in 20 Würfeln

A: höchstens 4 Sechser werfen $P_{20}(X \leq 4) = 0.729$

B: mindestens 5 Sechser (Gegenereignis von A) $P_{20}(X \geq 5) = 1 - P_{20}(X \leq 4) = 0.271$

C: mindestens 3 und höchstens 6 Sechser
 $P_{20}(3 \leq X \leq 6)$
 $= P_{20}(X \leq 6) - P_{20}(X \leq 2) = 0.634$

Aufgabe:

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Massenartikel zum Ausschuss gehört sei 0.05.

Es wird eine Stichprobe von 10 Stück (mit Zurücklegen) gezogen. Wie gross ist die

Wahrscheinlichkeit, dass sich darunter

kein defektes Stück befindet
 (alle Stücke in Ordnung sind)

$$P_{10}(X = 0) = 59.9\%$$

genau ein defektes Stück befindet (9 Stücke i.O.)

$$P_{10}(X = 1) = 31.1\%$$

höchstens ein defektes Stück befindet

$$P_{10}(X \leq 1) = 91.4\%$$

mindestens ein defektes Stück befindet
 (höchstens 9 i.O.)

$$P_{10}(X \geq 1) = 1 - P_{10}(X = 0) = 40.1\%$$

höchstens zwei defekte Stücke befinden

$$P_{10}(X \leq 2) = 98.9\%$$

In der Praxis verwendet man auch häufig Näherungsverteilungen z.B: die Normalverteilung oder die Poissonverteilung.